

**CONCOURS D'ENTREE AU CYCLE DE CONTROLEUR DE LA  
 CIRCULATION AERIEENNE DE L'ECOLE AFRICAINE DE LA  
 METEOROLOGIE ET  
 DE L'AVIATION CIVILE (EAMAC)  
 SESSION 2013  
 EPREUVE DE : MATHEMATIQUES  
 DUREE : 4 HEURES**

**Exercice 1 (5pts)**

Soit la matrice  $A = \begin{pmatrix} m & 1 & 1 \\ 1 & m & 1 \\ 2m+1 & 3 & m+2 \end{pmatrix}$ .

1. Déterminer le déterminant et le rang de  $A$ .
2. Discuter et résoudre le système suivant: 
$$\begin{cases} mx + y + z = m + 2 \\ x + my + z = 4 - m \\ (2m + 1)x + 3y + (m + 2)z = 2m + 7. \end{cases}$$

**Exercice 2 (4pts)**

Soit  $f \in C([0, +\infty[)$ ,  $a_n = \int_0^1 f(n+x) dx$ ,  $n \in \mathbb{N}$  et  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = a$ .

Déterminer  $\lim_{n \rightarrow \infty} \int_0^1 f(nx) dx$ .

**Exercice 3 (5pts)**

1. Etudier la dérivabilité au point  $x_0 = 0$  de la fonction  $f$  définie par:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x \ln 2} - \frac{1}{2^x - 1}, & \text{si } x \neq 0, \\ \frac{1}{2}, & x = 0. \end{cases}$$

2. Déterminer le réel  $b$  pour que la fonction  $g$  définie par:

$$g(x) = \begin{cases} \frac{\arccos(1-x)}{\sqrt{x}}, & \text{si } x \in ]0, 1], \\ b, & \text{si } x = 0 \end{cases}$$

soit continue sur  $[0, 1]$ .

**Exercice 4 (6pts)**

Calculer la limite suivante:  $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\ln \operatorname{ctg} x + 2x - \frac{\pi}{2}}{(1 - \tan x)^3}$ .