



Une boîte contient **12** cartons, indiscernables au toucher, portant les **12** nombres complexes du tableau précédent (Chaque carton porte un seul nombre complexe):

2. On tire au hasard un carton de la boîte (On suppose l'équiprobabilité des tirages).

- Quelle est la probabilité de tirer un carton portant un nombre réel?
- Quelle est la probabilité de tirer un carton portant un nombre complexe dont le module est égal à  $\sqrt{2}$  ?
- Quelle est la probabilité de tirer un carton portant un nombre complexe dont un argument  $\theta$  est tel que:  $0 \leq \theta \leq \pi/2$  ?

3. Un jeu consiste à tirer un carton de la boîte précédente. Si le nombre complexe inscrit sur le carton tiré est de module **3**, le joueur gagne **10 000** points et le jeu s'arrête. Sinon, le carton tiré est remis dans la boîte et le joueur procède à un deuxième tirage; si ce carton porte un nombre complexe de module **3**, le joueur gagne **8 000** points, s'il est de module **2**, il gagne **5 000** points sinon il ne gagne rien et le jeu s'arrête.

Soit **X** la variable aléatoire égale au gain du joueur.

- Donner la loi de probabilité de **X** (On pourra s'aider d'un arbre).
- Calculer l'espérance mathématique de **X**.

#### Exercice 4 ( points)

1) On considère la fonction **g** définie sur **R** par :  $g(x) = -x^3 - x^2 - 2x + 2$ .

- Dresser le tableau de variations de **g**.
- Montrer que **g** réalise une bijection de **R** sur **R**.
- Montrer que l'équation  $g(x) = 0$  admet dans **R** une unique solution  $\alpha$  telle que  $0,6 \leq \alpha \leq 0,7$ .

2) On considère la fonction **f** définie sur **R** par :  $f(x) = \frac{2xe^{-x}}{x^2 + 2}$ .

a) Calculer  $f'(x)$ , puis vérifier que  $f'(x) = \frac{2g(x)e^{-x}}{(x^2 + 2)^2}$

b) Dresser le tableau de variation de **f**.

c) Tracer la courbe représentative (C) de **f** dans un repère orthogonal  $(O; \vec{i}, \vec{j})$  avec  $\|\vec{i}\| = 1\text{cm}$ ,  $\|\vec{j}\| = 5\text{cm}$ .

3) On considère la suite numérique  $(U_n)$  définie pour tout entier naturel  $n \geq 1$  par :

$$U_n = \int_n^{n+1} f(t) dt .$$

On ne cherche pas à calculer l'intégrale  $U_n$

a) Montrer que pour tout entier naturel  $n \geq 1$ :  $0 \leq U_n \leq (1 - \frac{1}{e})e^{-n}$ . En déduire  $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n$ .

b) Déterminer un entier naturel  $n_0$  tel que pour tout  $n \geq n_0$ ,  $0 \leq U_n \leq 10^{-5}$ .